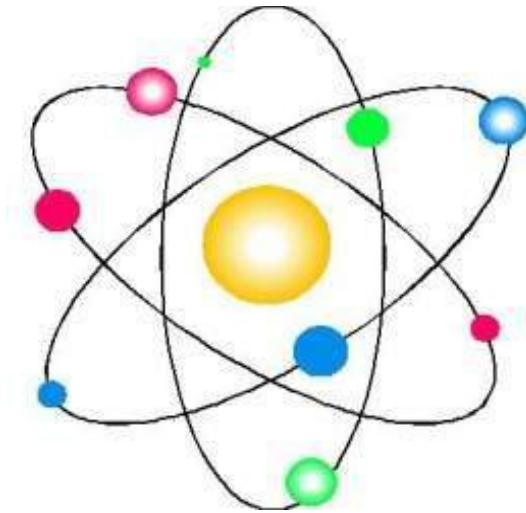


# ***E.E.S.T. N° 8 de Morón***



Materia: Electrotecnia II

Ano: 6<sup>to</sup> Div: 3<sup>era</sup>

Horario Viernes 7:30 a 9:30

Profesor: Grisancich, Pablo

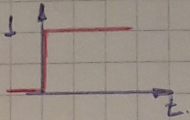
Clases nro : 1 y 2

Contenido:

- Breve estudio de señales básicas fundamentales.
- Respuesta del Capacitor excitado por distintas fuentes de corriente.
- Respuesta del Capacitor excitado por distintas fuentes de tensión.
- Asociación de Capacitores en Serie y en Paralelo.

①

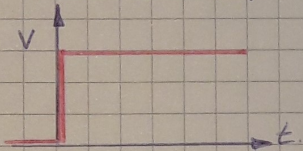
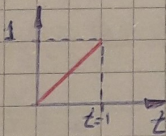
## Breve estudio de Señales Básicas Fundamentales

Escalón Unitario.  $u(t)$ 

los valores que puede  
tomar esta señal serán:

$$\begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

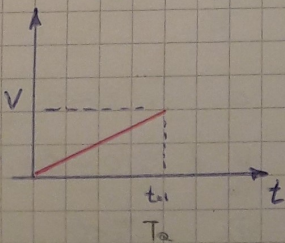
Ejemplo de esta señal es la operación de un interruptor.

Escalón de Amplitud  $V$ Rampa Unitaria.  $p(t)$ 

los valores que puede  
tomar esta señal serán

$$\begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ t & t > 0 \end{cases}$$

$$p(t) = t \cdot u(t)$$

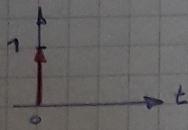
Rampa de Pendiente  $V$ 

$$r(t) = \frac{V}{T_0} p(t)$$

$$r(t) = \frac{V}{T_0} t \cdot u(t)$$



### Impulso Unitario. $\delta(t)$



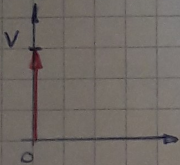
Los valores que puede tomar esta señal son.

$$\begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ 1 & t = 0 \\ 0 & \forall t > 0. \end{cases}$$

(2)

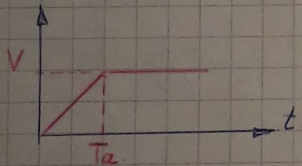
Ejemplo de esta señal es apretar un pulsador durante un microsegundo.

### Impulso de Area V



### Otras Señales de consideración.

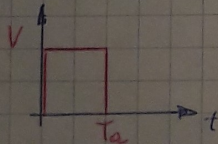
#### Escalón de Crecimiento Gradual de Amplitud V



Esta señal puede tomar los siguientes valores

$$\begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{V}{T_a} \cdot t & 0 \leq t \leq T_a \\ V & T_a \leq t. \end{cases}$$

#### Pulso rectangular.



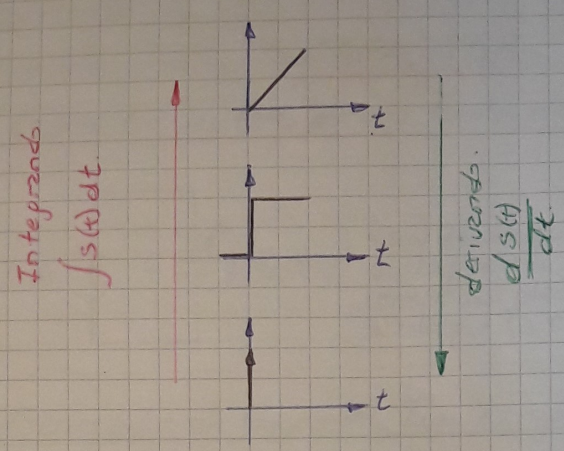
Esta señal puede tomar los siguientes valores

$$\begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{V}{T_a} \cdot t & 0 \leq t \leq T_a \\ 0 & T_a < t \end{cases}$$



3

# Relaciones Entre las 3 señales Fundamentales.

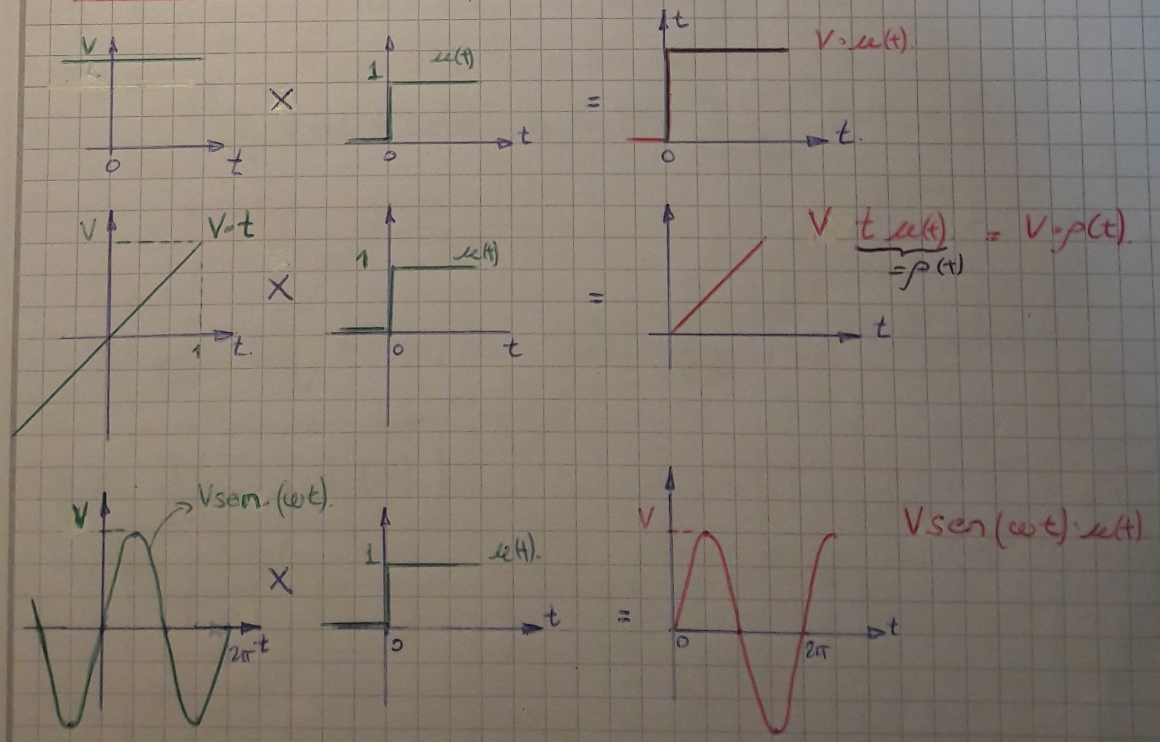


$$\int_0^t t \cdot u(t) dt = \frac{t^2}{2} u(t); \frac{d}{dt} \left( \frac{t^2}{2} u(t) \right) = t \cdot u(t)$$

$$\int_0^t u(t) dt = p(t); \frac{d}{dt} p(t) = u(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = u(t); \frac{d}{dt} u(t) = \delta(t)$$

## Construcción de Señales Aperiódicas a Partir de las Fundamentales



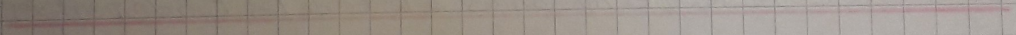
$Vsen(\omega t)$

observar que los valores de amplitud de la señal resultante no se ven modificados por  $u(t)$  sino que son impuestos por la señal.



④

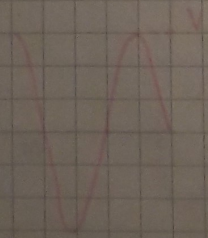
Amplitude  
1.0 V



1.0 V

1.0 V = 1.0 V

1.0 V = 1.0 V



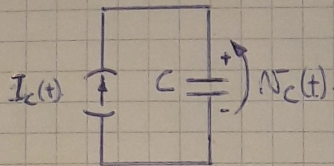


## Respuesta de Circuitos con un sub. tipo de elemento pasivo

Estudiaremos como se comportan los capacitores e Inductores cuando son excitados con señales básicas fundamentales de tensión y corriente.

### CAPACITOR

#### Capacitor excitado por una fuente de Corriente.



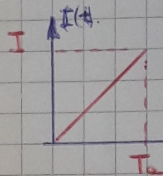
Reordenamos que para un capacitor la tensión entre sus placas está dada por la expresión:

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_c(t) dt + V_c(0)$$

representa la carga previa del capacitor. Esto puede ser = 0 si el capacitor estaba descargado.

#### Generador de Corriente Tipo Rampa

En este caso, nuestro generador entregará una señal de corriente de tipo:



$$i(t) = \frac{I}{T_a} t u(t) \quad (1)$$

La tensión en el capacitor será entonces:

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_c(t) dt + V_c(0) \quad (2)$$

reemplazando (1) en (2) tenemos:

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{I}{T_a} t u(t) dt + V_c(0) \Rightarrow V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{I}{T_a} \cdot t \cdot 1 dt + V_c(0)$$

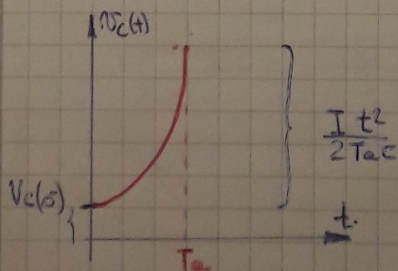
Lo por  $t \geq 0$  es una constante = 1.

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{I}{T_a} t dt + V_c(0) \Rightarrow V_c(t) = \frac{I}{T_a C} \int_0^t t dt + V_c(0)$$

Como esto es una cte puede salir afuera de la integral.

$$V_c(t) = \frac{I}{T_a C} \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^t + V_c(0) \Rightarrow V_c(t) = \frac{I}{2CT_a} [(t)^2 - (0)^2] + V_c(0)$$

$$V_c(t) = \frac{I t^2}{2T_a C} + V_c(0)$$





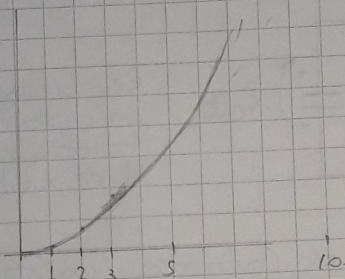
Ejemplo: una fuente entrega una corriente de tipo rampa donde para un tiempo de 3 mseg. la fuente entrega una corriente de 3 A, el valor del capacitor es de 4700  $\mu$ F. Calcular la tensión en el capacitor a los 1 mseg, 2 mseg, 3 mseg, 5 mseg y 10 mseg. Graficar  $V_C(t)$ .

$$i(t) = \frac{I}{T_a} t u(t)$$

$$V_C(t) = \frac{I}{2T_a C} t^2 + V_C(0^-) \Rightarrow V_C(t) = \frac{3A}{2 \cdot 0.003 \cdot 0.0047} t^2 + 0V$$

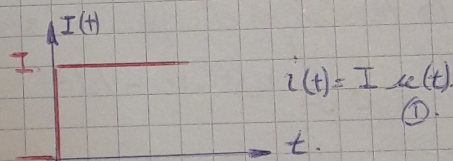
$$106383 t^2$$

t (seg)	$V_C(t)$
0.001	0.1
0.002	0.42
0.003	0.95
0.005	1.7
0.010	10



### Generador de Corriente Tipo Escalón.

En este caso nuestro generador entregará una señal de corriente del tipo:



la tensión en el capacitor será entonces

$$V_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt + V_C(0^-) \quad \textcircled{2} \quad \text{reemplazando } \textcircled{1} \text{ en } \textcircled{2} \text{ será:}$$

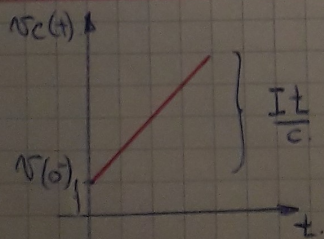
$$V_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I u(t) dt + V_C(0^-) \Rightarrow V_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I(1) dt + V_C(0^-) \Rightarrow$$

para  $t \geq 0$   $u(t)$  es una cte = 1.  $\therefore I$  es una cte  $\therefore$  podemos sacarla fuera de la integral.

$$V_C(t) = \frac{I}{C} \int_0^t dt + V_C(0^-)$$

$$V_C(t) = \frac{I \cdot t}{C} \Big|_0^t + V_C(0^-) \Rightarrow V_C(t) = \frac{I}{C} [(t) - (0)] + V_C(0^-)$$

$$V_C(t) = \frac{I \cdot t}{C} + V_C(0^-)$$





Ejemplo: una fuente entrega una corriente tipo escalón de 3A. Si el capacitor es de  $4700 \mu F$  y se encuentran descargado. Calcular la tensión en el capacitor a los 1mseg, 2mseg, 3mseg, 6mseg, 12mseg. y graficar  $V_c(t)$ .

$$i(t) = 3A u(t) \quad V_c(t) = \frac{I}{C} t + V_c(0) \Rightarrow V_c(t) = \frac{3t}{0.0047} + 0V$$

t (seg)	$V_c(t)$
0	0
0.001	0.638
0.002	1.276
0.003	1.914
0.006	3.829
0.012	7.658

$V_c(t)$

3.829

1.914

1.276

0.638

0.01

0.02

0.03

0.04

0.05

0.06

0.07

0.08

0.09

0.10

0.11

0.12

0.13

0.14

0.15

0.16

0.17

0.18

0.19

0.20

0.21

0.22

0.23

0.24

0.25

0.26

0.27

0.28

0.29

0.30

0.31

0.32

0.33

0.34

0.35

0.36

0.37

0.38

0.39

0.40

0.41

0.42

0.43

0.44

0.45

0.46

0.47

0.48

0.49

0.50

$i(t)$

I

t

$$i(t) = I u(t) \quad (1)$$

### Impulso de Corriente ( $d(t)$ )

En este caso, nuestro generador entregará una señal de corriente del tipo

La tensión en el capacitor será entonces:

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_c(t) dt + V_c(0) \quad (2) \quad \text{reemplazando (1) en (2) será:}$$

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I d(t) dt + V_c(0) \Rightarrow V_c(t) = \frac{I}{C} \int_0^t d(t) dt + V_c(0)$$

Es una cte.  $\therefore$  puede salir de la integral.

$$V_c(t) = \frac{I}{C} u(t) \Big|_0^t + V_c(0) \Rightarrow V_c(t) = \frac{I}{C} [(1) - (0)] + V_c(0) \Rightarrow$$

$$V_c(t) = \frac{I}{C} + V_c(0)$$

$V_c(t)$

$V_c(0)$

t

$\frac{I}{C}$



Ejemplo: Para una fuente de corriente que entregue una corriente tipo impulso de 3A, calcular la tensión en un capacitor de 4700 μF. al cabo de 1 ms, 2 ms, 3 ms. El capacitor se encuentra descargado. Graficamos  $V_C(t)$ .

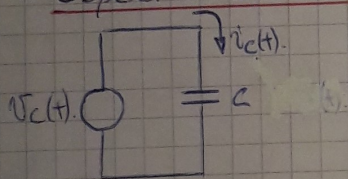
$$i(t) = 3A \delta(t) \quad V_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \Rightarrow V_C(t) = \frac{3A}{0.0047} \Rightarrow V_C(t) = 638V$$

$V_C(t)$  A

638V

→ t

### Capacitor Excitado por Fuente de Tensión.

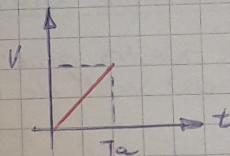


Recordemos que para un capacitor la corriente a través de él está dada por la expresión:

$$i_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$

### Generador de Tensión tipo Rampe

En este caso nuestro generador entregará una tensión de la siguiente forma:



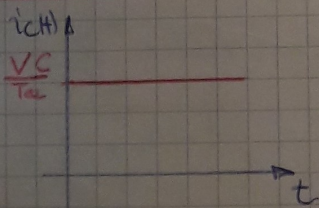
$$V(t) = \frac{V}{T_a} t \cdot u(t) \quad (1)$$

La corriente en el capacitor será:

$$i_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt} \quad (2) \quad \text{reemplazando (1) en (2) será:}$$

$$i_C(t) = C \frac{d}{dt} \left( \frac{V}{T_a} t \cdot u(t) \right) \Rightarrow i_C(t) = C \frac{V}{T_a} \frac{d}{dt} p(t)$$

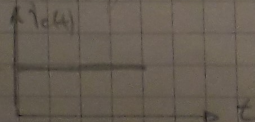
$$i_C(t) = \frac{VC}{T_a} u(t)$$



Ejemplo. para una fuente de tensión tipo rampe donde al cabo de 3 ms, entregue una tensión de 3V. Para un capacitor de 4700 μF. Calcular la corriente que circula al cabo de 1 ms, 2 ms y 3 ms. Graficar  $i_C(t)$ .

$i_C(t)$  no depende de  $t$ ,  $i_C(t)$  es siempre etc

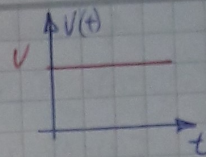
$$i_C(t) = \frac{3 \cdot 0.0047}{0.003} = 4.7A$$





### Generador de Tensión Tipo Escalón.

En este caso el generador entrega una tensión de la siguiente forma.



$$V(t) = V \cdot u(t) \quad (1)$$

La corriente en el capacitor será:

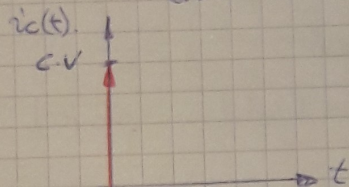
$$i_c(t) = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (2) \quad \text{reemplazando (1) en (2) será:}$$

$$i_c(t) = C \frac{dV \cdot u(t)}{dt}$$

*V es una cte. ∴ puede salir fuera de la derivada*

$$i_c(t) = C \cdot V \frac{du(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{i_c(t) = C \cdot V \delta(t)}$$

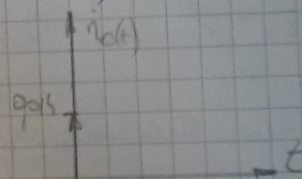


Ejemplo: Calcular la corriente en un capacitor de  $4700 \mu F$  excitado por una fuente de tensión tipo escalón de  $3V$ . Graficar  $I_c(t)$

$$V(t) = 3V \cdot u(t)$$

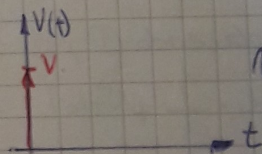
$$i_c(t) = C \cdot V \delta(t)$$

$$i_c(t) = 4700 \mu F \cdot 3V \cdot \delta(t) \Rightarrow i_c(t) = 0,014 V \delta(t)$$



### Impulso de Tensión.

En este caso el generador entrega una tensión de la siguiente forma.



$$V(t) = V \cdot \delta(t) \quad (1)$$

La corriente en el capacitor será:

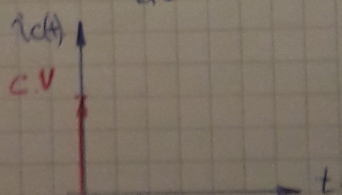
$$i_c(t) = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (2) \quad \text{reemplazando (1) en (2) será:}$$

$$i_c(t) = C \frac{dV \delta(t)}{dt}$$

*V es una cte. ∴ puede salir fuera de la derivada*

$$i_c(t) = C \cdot V \frac{d\delta(t)}{dt}$$

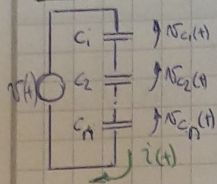
$$\Rightarrow \boxed{i_c(t) = C \cdot V \delta(t)}$$





## Asociación de Capacitores

### Asociación Serie



Aplicando la ley de Kirchhoff de las tensiones al cto será:

$$V(t) - V_{C1}(t) - V_{C2}(t) - \dots - V_{Cn}(t) = 0 \quad \text{despejando será:}$$

$$V(t) = V_{C1}(t) + V_{C2}(t) + \dots + V_{Cn}(t) \quad (1)$$

En (1) podemos observar que la tensión del generador siguiendo la ley de Kirchhoff se reparte entre los capacitores.

Recordemos que la tensión en el capacitor está dada por la expresión

$$V_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + V_C(0) \quad (2) \quad \text{reemplazando (2) en (1) para cada capacitor será:}$$

$$V(t) = \frac{1}{C_1} \int_0^t i(t) dt + V_{C1}(0) + \frac{1}{C_2} \int_0^t i(t) dt + V_{C2}(0) + \dots + \frac{1}{C_n} \int_0^t i(t) dt + V_{Cn}(0)$$

Podemos sacar la integral como factor común

$$V(t) = \int_0^t i(t) dt \left[ \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right] + V_{C1}(0) + V_{C2}(0) + \dots + V_{Cn}(0) \quad (3)$$

LLamaremos a esto  $\frac{1}{C_T \text{ total}}$

LLamaremos a esto  $V_{CT}$ , tensión total de carga inicial

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \Rightarrow \frac{1}{C_T} = \sum_{x=1}^n \frac{1}{C_x} \quad (4) = \frac{1}{\text{Capacitancia Total de la serie}}$$

$$V_{CT}(0) = V_{C1}(0) + V_{C2}(0) + \dots + V_{Cn}(0) = V_{CT}(0) = \sum_{x=1}^n V_{Cx}(0) \quad (5) \quad \begin{array}{l} \text{Tensión total inicial acumulada} \\ \text{en los capacitores.} \\ \text{Puede ser igual a 0 si los} \\ \text{capacitores se encuentran descargados} \end{array}$$

Por último reemplazando (4) y (5) en (3) será:

$$V(t) = \int_0^t i(t) dt \cdot \frac{1}{C_T} + V_{CT}(0) \Rightarrow V(t) = \frac{1}{C_T} \int_0^t i(t) dt + V_{CT}(0)$$

Ejemplo: Para el cto anterior se tienen tres capacitores descargados.

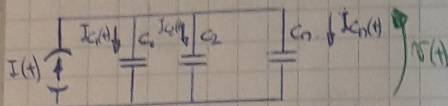
$C_1 = 2200 \mu F \times 63V$ ,  $C_2 = 4700 \mu F \times 97V$  y  $C_3 = 2200 \mu F \times 97V$

Indicar la capacitancia equivalente y la tensión máxima admisible en la resistencia.



11

## Asociación Paralelo



Aplicando la ley de Kirchhoff para las corrientes en el cto será:

$$i(t) - i_{C1}(t) - i_{C2}(t) - \dots - i_{Cn}(t) = 0$$

$$i(t) = i_{C1}(t) + i_{C2}(t) + \dots + i_{Cn}(t) \quad (1)$$

Recordando que para un capacitor la corriente que circula por él es:

$$i_C(t) = C \frac{dV(t)}{dt} \quad (2) ; \text{ reemplazando (2) en (1) para cada capacitor será:}$$

$$I(t) = C_1 \frac{dV(t)}{dt} + C_2 \frac{dV(t)}{dt} + \dots + C_n \frac{dV(t)}{dt} ; \text{ sacando } \frac{dV(t)}{dt} \text{ factor común}$$

$$\text{será: } I(t) = \frac{dV(t)}{dt} [C_1 + C_2 + \dots + C_n] \quad (3)$$

llamaremos a esta Capacitancia Equivalente Paralelo  $C_T$

$$C_T = C_1 + C_2 + \dots + C_n \Rightarrow C_T = \sum_{x=1}^n C_x \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (3) será:

$$I(t) = C_T \frac{dV(t)}{dt}$$

Ejemplo: Para el cto anterior se tienen tres capacitores descargados.

$$C_1 = 2200 \mu F \times 63V, C_2 = 4700 \mu F \times 47V \text{ y } C_3 = 2200 \mu F \times 25V$$

Indicar la capacitancia equivalente y la tensión máxima admisible.



